

## 力学第1演習 No. 02 (月5) 担当: 西村 信哉\*

時刻  $t$  での点  $P(t)$  の位置を, 位置ベクトル  $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j}$  を用いて表す場合, 時刻  $t$  での速度  $\mathbf{v}(t)$  は  $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$  で定義され, 時刻  $t$  での加速度  $\mathbf{a}(t)$  は, 速度  $\mathbf{v}(t) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$  を用いれば,  $\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$  と表され, 位置  $\mathbf{r}$  を用いて表せば,  $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$  となる.

## 3. 加速度

問1. 2次元  $xy$  座標において, ある時刻での点の位置が,  $x(t) = 1 + 2t - \frac{1}{\sqrt{2}}t^2$ ,  $y(t) = \sqrt{3} + 2t - \frac{1}{\sqrt{2}}t^2$  である場合, または,  $x(t) = 10$ ,  $y(t) = 10 - 4.9t^2$  である場合, それぞれの運動について以下の設問に答えよ.

- (1) 加速度  $\mathbf{a}(t)$  はどうなるか. 単位ベクトル  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  を用いて書け.
- (2) 加速度の大きさ  $|\mathbf{a}(t)|$  と向き ( $x$  軸の正方向からの角度) はどうなるか.

問2. 半径  $r$  の円軌道を大きさが  $w$  (一定) で反時計回りの角速度で質点が運動している.

- (1) 時刻  $t = 0$  のときの質点の位置が,  $\mathbf{r}(0) = r\mathbf{i}$  であった. このとき, 時刻  $t$  での質点の位置を求めよ.
- (2) 質点の速度  $\mathbf{v}(t)$  と加速度  $\mathbf{a}(t)$  を求めよ.
- (3) 質点の速度と加速度の向きはどういう関係になっているか.

問3. 人工衛星が地上  $6.0 \times 10^2$  [km] の上空を, 地球の中心の周りに  $1.0 \times 10^2$  [分] の周期で等速円運動している. このとき, 地球の中心に対する衛星の速度の大きさ, 加速度の大きさを求めよ. ただし, 地球の半径は  $6.4 \times 10^3$  [km] とする. なお, 答えの単位は SI 単位 (長さは m, 質量は kg, 時間は s(秒)) を用いること.

## 4. 運動の法則

問1 質量 2 [kg] の物体に対し, 様々な大きさと方向の力を加えてその運動の変化をみた. 以下の各設問に答えよ. ただし, すべの条件について明示していない力 (重力など) は考えないことにする.

- (1) 右向きに大きさ 4 [N] の力を加え続けたが, それを邪魔する「別の力」が働いて, 運動状態が変化しなかった. すなわち, 加速度は  $\mathbf{0}$  であった. この邪魔をした「別の力」について, 大きさと向きを答えよ.
- (2) 右向きに大きさ 4 [N] の力を加えたが, 反対に左向きに大きさ 1 [m/s<sup>2</sup>] の加速度で運動状態が変化した. この場合, 他に力が働いているか. 働いている場合, その力について大きさと方向を示せ.
- (3) 右向きに大きさ  $\sqrt{3}$  [N] の力を加え, 他の力は働いていないとき, 物体の加速度はどうなるか.

問2 質量  $m$  の質点に, 2つの力  $\mathbf{F}_1 = (F_{1x}, F_{1y}, F_{1z})$ ,  $\mathbf{F}_2 = (F_{2x}, F_{2y}, F_{2z})$  が働くとき, 運動方程式を, 質点の位置  $\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$  を用いて表せ. また, この質点が等速度運動をするための条件を求めよ. ( $F_{1x}, F_{1y}, F_{1z}, F_{2x}, F_{2y}, F_{2z}$  に対する関係式)