

力学第一演習 No. 03 (月5) 担当: 西村 信哉*

以下の問題において、ベクトル量は x, y, z 軸方向の単位ベクトルを、それぞれ i, j, k とする。または、座標系を明確に定義した上で設定してよい。

5. 初期条件

問1. 以下の状況について、その初期条件を示せ。ただし、 z 軸の正方向を鉛直上向き（重力と反対向き）とし、 x, y 軸が作る平面を水平面とする。

- (1) 原点の位置から、鉛直方向上向きに速さ v_1 で質点が飛び出す場合。
- (2) z 軸上の高さ h の位置から静かに（初速度0で）質点を放す。
- (3) z 軸上の高さ h の位置から y 軸の正の方向に速さ v_2 で飛び出す場合。
- (4) z 軸上の高さ h の位置において、 x 軸の正の方向から角度 ϕ 、 z 軸の正の方向から角度 θ の方向に速さ v_3 で飛び出す場合。

6. 放物運動

問2. 地上のある点から水平面となす角 θ ($0 < \theta < \pi/2$) の方向に、時刻 $t = 0$ で質量 m の質点を速さ v_0 で投げ上げた。水平方向、質点が飛ぶ向きに x 軸の正の向き、鉛直方向、上向きに y 軸の正の向きを取り、時間 $t = 0$ での質点の位置を原点とする座標系を取る。なお、空気抵抗はないものとし、重力加速度を g とする。

- (1) 質点に働く力を示し、大きさ向き等を具体的に記述せよ。
- (2) 初期条件を書け。位置と速度についてベクトルの成分ごとに記述せよ。
- (3) 時刻 t での質点の運動方程式を書け。ただし、加速度は位置ベクトル $\mathbf{r}(t)$ を用いること。
- (4) 運動方程式を解き（積分し）、位置 $\mathbf{r}(t)$ を時間 t で表せ。
- (5) 質点の軌道 (x, y 平面上の曲線の方程式) を求めよ。また、質点が最も遠くの位置に着地するための角度 θ はどうなるか。

7. 粘性抵抗を受ける物体の運動

問3. 上の問（問2）と同じ初期条件で質点を投げ上げる。ただし、質点に抵抗（空気抵抗）が働く場合を考える。質点には空気抵抗として、速度と反対方向で比例定数 b で大きさに比例する力を受けるとする。

- (1) 質点に働く力を示し、それぞれ具体的に書け。
- (2) 初期条件を書け。位置と速度についてベクトルの成分ごとに記述せよ。
- (3) 質点の運動方程式を書け。（成分ごとに記述する。）
- (4) 質点の運動方程式について、 x, y 成分をそれぞれ積分し、速度を時間 t の関数として書き表せ。また、同様に位置についても求めよ。
- (5) 前問の結果から、時間が十分に経過した場合の質点の速度はどうなるか。理由を付けて答えよ。