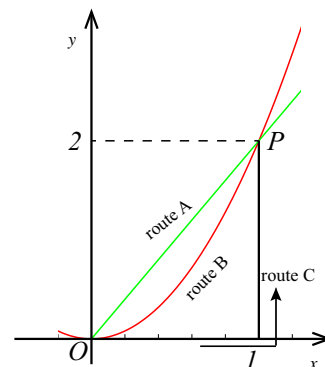


力学第一演習 No. 08 (月5) 担当: 西村 信哉*

15. 仕事

問1. xy 平面上で, $\mathbf{F} = (axy, bx^2)$ という形の力が質点に働くとき, 図に示す3つの経路を通して, 原点 O から点 P (位置ベクトル $\mathbf{r} = (1, 2)$) までを移動するのに必要な仕事を求めよ. ここで, 質点に加わる力は場所によって変化する, 一定ではないことに注意すること.

- (1) 直線 OP に沿って移動する経路.
- (2) 点 O と点 P を通る放物線 $y = 2x^2$ に沿った経路.
- (3) 点 O から点 A へ x 軸上を移動し, 点 A から点 P へ y 軸に平行に移動する場合の仕事.



問2. 物体にバネをつけ, 水平な床においた場合の運動を考える. 物体の質量を m , バネのバネ定数を k , 重力加速度の大きさを g とするとき, 以下の間に答えよ.

- (1) 物体に作用する力を重力とバネの力と考えるとき, 力の総和 \mathbf{F} を示せ.
- (2) 物体をバネの力を利用して水平方向に移動させるとき, 微小変位 ds はどうなるか. 必要ならば, x 軸方向, y 軸方向への微小変位 dx と dy を用いてよい.
- (3) バネが自然長の場合, 小物体の位置を原点 O として, バネの伸びが x の位置から, 物体に作用する力を利用して原点 O まで移動させた場合, 物体に作用する仕事 W を求めよ.
- (4) この場合, 物体に作用する重力による仕事は 0 となる. どうしてか.

問3. 3次元空間 (x, y, z 座標) 上の位置 \mathbf{r} で働く弾性力 \mathbf{F} が, $\mathbf{F} = -c\mathbf{r} = (-c, -c, -c)$ である場合について考える. ただし, c は定数である. この弾性力によって点 $A(x_A, y_A, z_A)$ から点 $B(x_B, y_B, z_B)$ まで質点が移動したときに弾性力がする仕事を求めよ.

16. 運動エネルギー

問4. 上記と同様に, 物体にバネをつけ, それを水平方向におく場合を考える. 物体の質量を m , バネのバネ定数を k , 重力加速度の大きさを g とする. 位置 $x = A$ にあった物体の速度は $v = 0$ であった. その状態からバネの力が物体に作用して運動を始めた. 物体が原点 O に達したとき ($t = T/4$ のとき), 物体の速度 v はどうなるか. なお, 時間 T は周期であり, 物体の運動がひとまわりして, もとの運動状態 (位置と速度) に戻ってくるまでの時間である.

問5. 3次元空間上の位置 \mathbf{r} で働く弾性力を \mathbf{F} , $\mathbf{F} = -c\mathbf{r} = (-c, -c, -c)$ と表した場合を考える. ただし, c は定数である. 質量 m の質点にこの弾性力が作用し, 原点 O から半径 R の円周上を質点が運動した. 時刻 $t = 0$ での質点の速度は, 大きさが $v = v_0$ で, 円周と直交する向きであった. この質点が円周上を一周するために必要な時間 (周期) を T とするとき, 時刻 $t = T/4$ での質点の速さはどうなるか.